

CHAPITRE 2

Transformateurs monophasés

Gérard-André CAPOLINO

Transformateur

Analyse du circuit magnétique

- Le circuit magnétique est constitué d'un noyau en fer feuilleté et d'enroulements.
- Le courant alternatif (AC) dans l'enroulement génère un flux de même forme dans le noyau.
- Le champ magnétique est calculé par le théorème d'AMPERE:

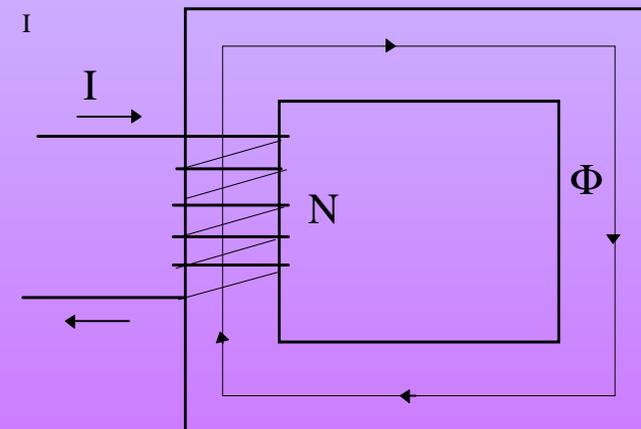
$$F = I N = H L_c$$

où: I est le courant,

H est le champ magnétique,

L_c est la longueur du circuit magnétique,

F est la force magnétomotrice



Transformateur

Analyse du circuit magnétique

- Induction magnétique (Weber/m² ou bien Teslas)

$$B = \mu H$$

où: μ est la perméabilité H/m $\mu = \mu_0 \mu_r$

$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7}$ H/m perméabilité dans l'air

μ_r perméabilité relative (air $\mu_r = 1$, fer $\mu_r = 5000-8000$)

La valeur actuelle de μ_r est déterminée par la caractéristique de magnétisation du matériau B(H).

- Flux (Weber)

$$\phi = B A$$

où: A est la section du noyau de fer.

- La substitution de $H = N I / L_c$ donne:

$$\phi = B A = \mu H A = \mu I (N A / L_c) = \mu I / R_c$$

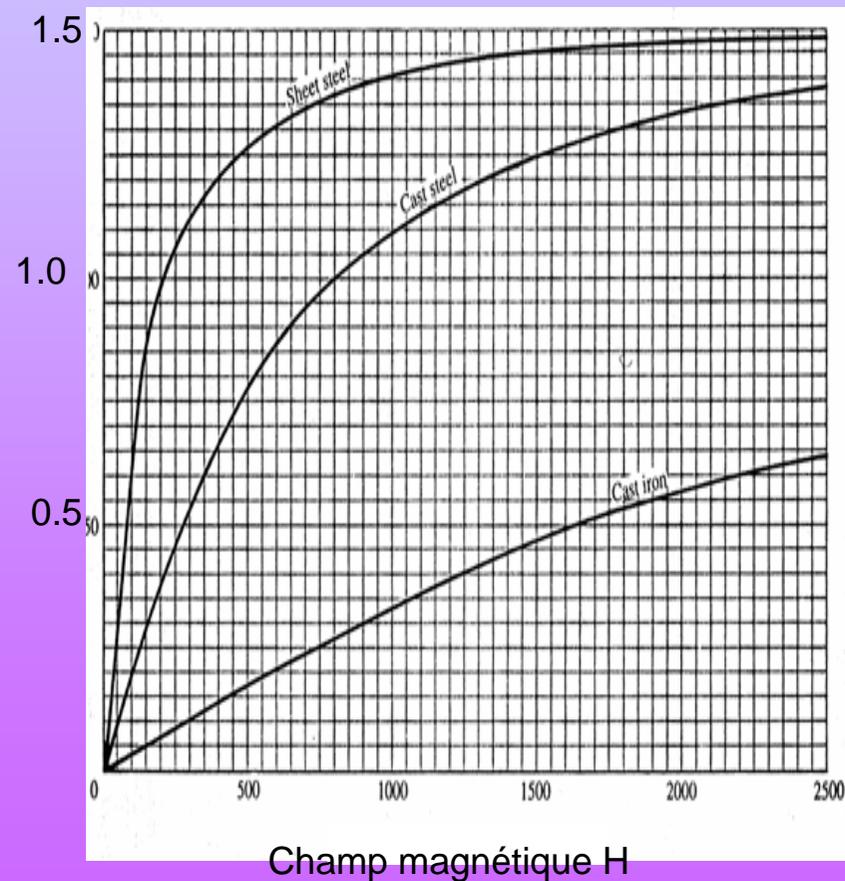
où: $R_c = L_c / N A =$ reluctance

Transformateur

Analyse du circuit magnétique

- Les circuits magnétiques sont faits de matériaux feuilletés.
- Le noyau est constitué de tôles au silicium.
- La courbe $B(H)$ du matériau n'est pas linéaire.
- La perméabilité du noyau est la pente de la courbe $B(H)$.
- La zone de fonctionnement est en dessous le coude de saturation de la courbe. Cette région est quasi-linéaire.

B est en Tesla, H est en A/m



Transformateur

Analyse du circuit magnétique

- Un flux sinusoïdal alternatif induit une tension dans la bobine (Loi de Faraday).
- Cette tension est égale à la tension d'alimentation si la chute ohmique est négligée.

- La tension induite est :
$$e = \frac{d\phi}{dt} \cdot N = \frac{d\lambda}{dt}$$

- Le flux est donné par:
$$\phi(t) = \phi_m \sin(\omega t)$$

- Pour un flux sinusoïdal, la tension induite est:
$$e(t) = N (d\phi / dt) = N \phi_m \omega \cos(\omega t)$$

- La valeur efficace de la tension induite est :

$$V = \frac{N \cdot \phi_m \cdot \omega}{\sqrt{2}} = 4.44 \cdot N \cdot f \cdot \phi_m$$

où: V est en Volts, f = 50 Hz, et ϕ_m est en Weber (Wb)

Transformateur

Analyse du circuit magnétique

- La substitution de $\phi = \mu \cdot I \cdot (N \cdot A / L_c)$ dans l'expression de la tension induite donne:

$$e = \frac{d\phi}{dt} \cdot N = N^2 \cdot \frac{\mu \cdot A}{L_c} \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} \quad L = \mu \cdot \frac{N^2 \cdot A}{L_c}$$

où: L est l'inductance

- L'énergie dans le champ magnétique est l'intégrale de la puissance électrique à l'entrée:

$$W = \int i \cdot e \cdot dt = \int i \cdot L \cdot \frac{di}{dt} \cdot dt = L \int_0^I i \cdot di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

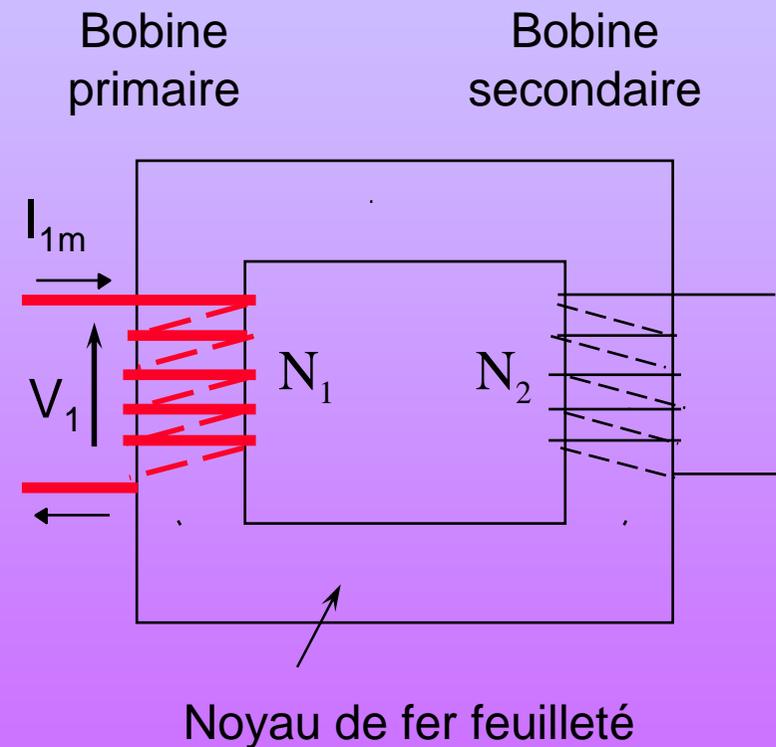
- La tension induite dans un 2ème enroulement placé sur le noyau est:

$$e_2 = N_2 \cdot \frac{d\phi}{dt} = N_2 \cdot N_1 \cdot \frac{\mu \cdot A}{L_c} \cdot \frac{di}{dt} = L_{1,2} \cdot \frac{di}{dt} \quad L_{1,2} = \mu_0 \frac{N_1 N_2}{L_c} A$$

Transformateur

Transformateur idéal

- Le transformateur a un noyau de fer feuilleté et deux enroulement: le primaire et le secondaire.
- La perméabilité du noyau est infinie et l'inductance magnétisante est grande.
- La résistance et l'inductance de fuite d'un enroulement sont nulles.
- Le primaire est alimenté par une source de tension sinusoïdale V_1 .
- La tension V_1 donne un courant magnétisant I_{1m}



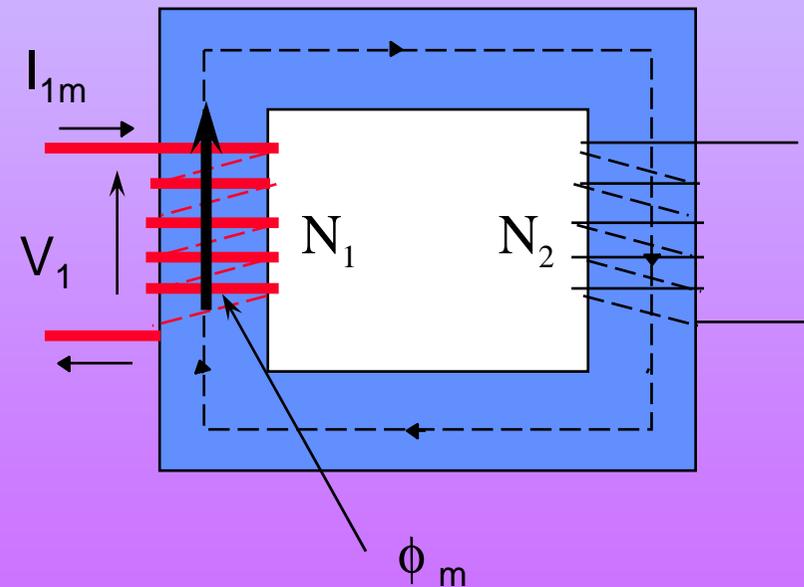
Transformateur

Transformateur idéal

- Le courant magnétisant I_{1m} génère un flux ϕ_m dans le fer.
- Le flux a une forme sinusoïdale.
- La relation entre le flux et la tension est:

$$V_1 = N_1 \cdot \frac{d\phi_m}{dt} = 4.44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \phi_m$$

- Génération de flux



Transformateur

Transformateur idéal

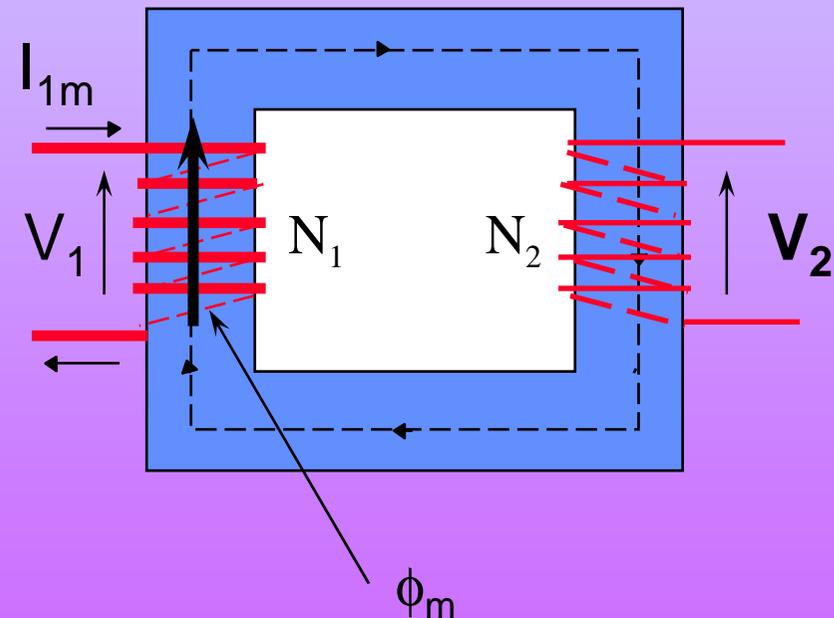
- Le flux traverse l'enroulement secondaire.
- La variation de flux ($d\phi_m/dt$), induit une tension sinusoïdale V_2 dans le secondaire.
- La tension induite est:

$$V_2 = N_2 \cdot \frac{d\phi_m}{dt} = 4.44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \phi_m$$

- Le rapport entre les tensions primaire et secondaire est le rapport de transformation:

$$a = V_1/V_2 = N_1/N_2$$

- Génération de tension



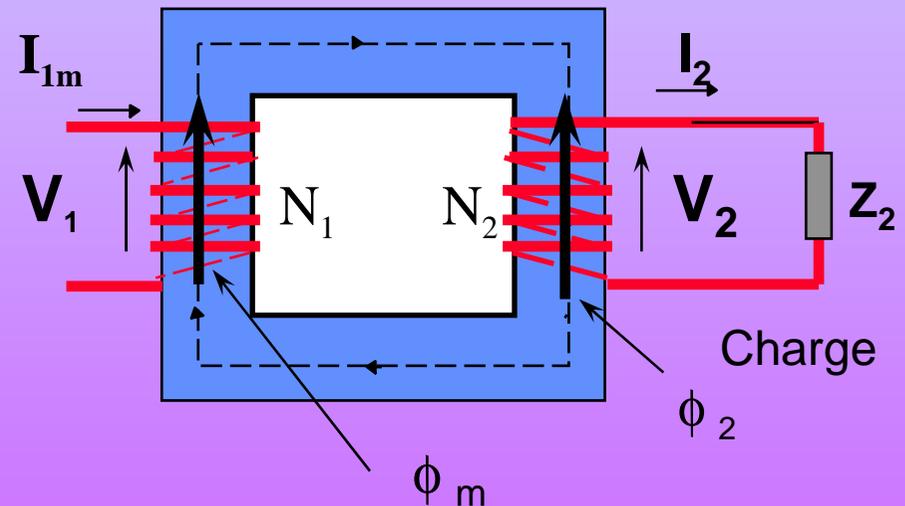
Transformateur

Transformateur idéal

- Une impédance de charge Z_2 est connectée au secondaire.
- La tension secondaire V_2 donne un courant à travers Z_2 . Ce courant est:

$$I_2 = V_2 / Z_2$$
- Le courant de charge génère un flux ϕ_2 qui s'oppose au flux magnétisant ϕ_m .

- Transformateur chargé

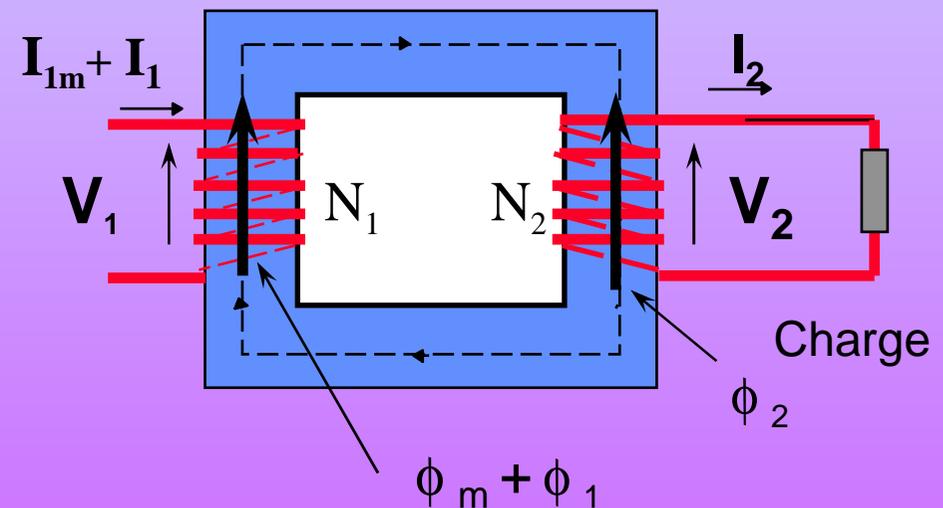


Transformateur

Transformateur idéal

- Le flux secondaire ϕ_2 induit une tension dans le primaire qui s'oppose à la tension d'alimentation.
- La tension d'alimentation est constante et ainsi la réduction de la tension induite entraîne l'accroissement du courant primaire ($I_{1m} + I_1$).
- Le courant I_1 génère un flux ϕ_1 , qui équilibre le flux ϕ_2 généré par le courant secondaire I_2 .

• Transformateur chargé



Transformateur

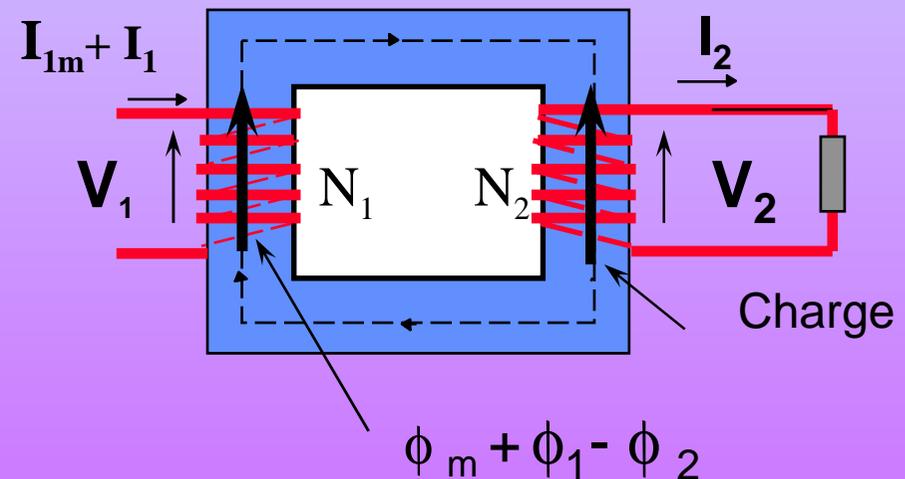
Transformateur idéal

- L'effet d'équilibrage des flux implique que:
 - le flux du noyau ϕ_m est constant et indépendant de la charge.
 - La force magnétomotrice primaire mmf_1 est égale à celle du secondaire mmf_2 :

$$I_1 N_1 = I_2 N_2$$

Cette égalité suppose que le courant magnétisant I_m est négligeable.

- Transformateur chargé



Transformateur

Transformateur idéal

- Les pertes sont nulles et la puissance apparente d'entrée (VA) est égale à la puissance apparente de sortie (VA):

$$I_1 V_1 = I_2 V_2$$

- La relation entre les tensions et les courants est:

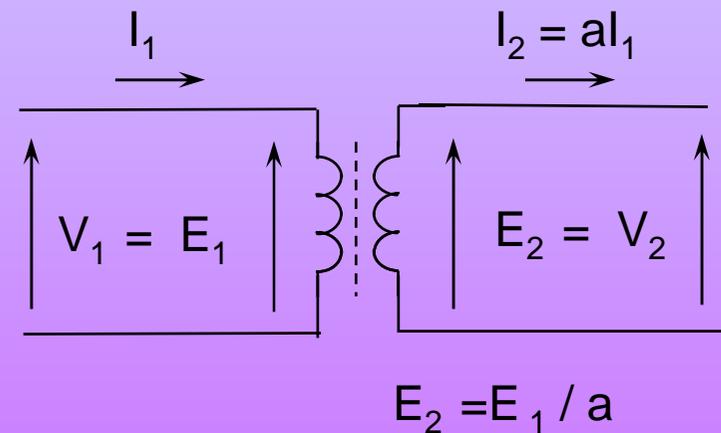
$$a = V_1 / V_2 = I_2 / I_1$$

ou bien

$$V_2 = V_1 / a \quad \text{and} \quad I_2 = I_1 a$$

- Si un transformateur accroît la tension, il diminue le courant et vice versa.

- Circuit équivalent



Transformateur

Transformateur idéal

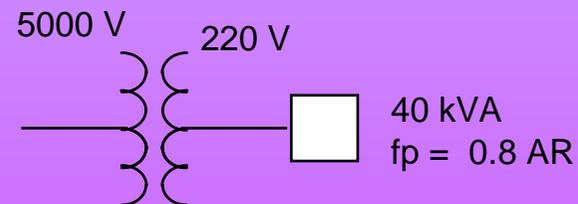
Exemple numérique

Un transformateur monophasé de 50 kVA, 5000 V / 220 V supposé idéal est chargé sous 40 kVA avec un facteur de puissance $f_p = 0.8$ AR.

Donner le schéma équivalent.

Calculer les tensions et les courants au primaire et au secondaire.

Diagramme



Transformateur

Transformateur idéal Exemple numérique

Le rapport de transformation est:

$$a = 5000/220 = 22.73$$

Courant secondaire:

$$I_2 = 40000/220 = 181.8 \angle -36.87^\circ$$

Courant secondaire (phaseur):

$$I_2 = 181.8 (0.8 + j 0.6) = 145.4 + j109$$

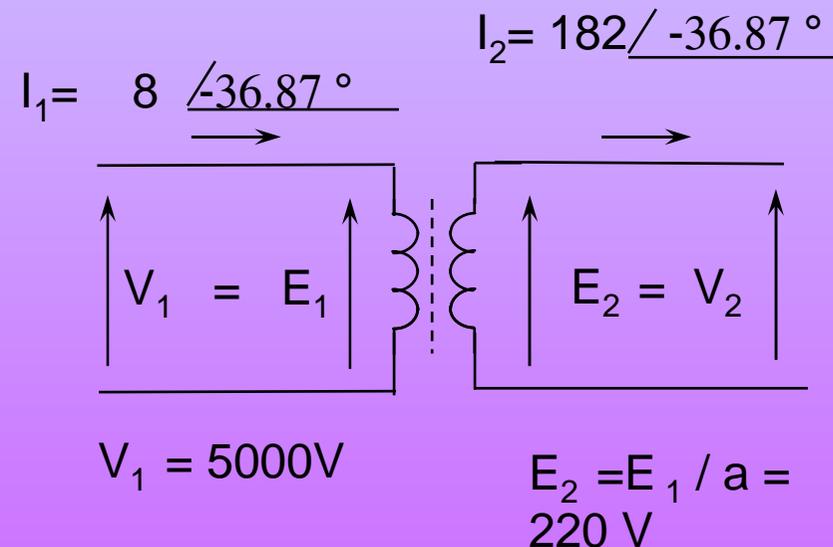
Courant primaire :

$$I_1 = I_2 / a = 181.8 / 22.73 = 8 \text{ A}$$

$$\Phi = \arccos(0.8) = 36.87^\circ$$

$$I_1 = 8 \angle -36.87^\circ$$

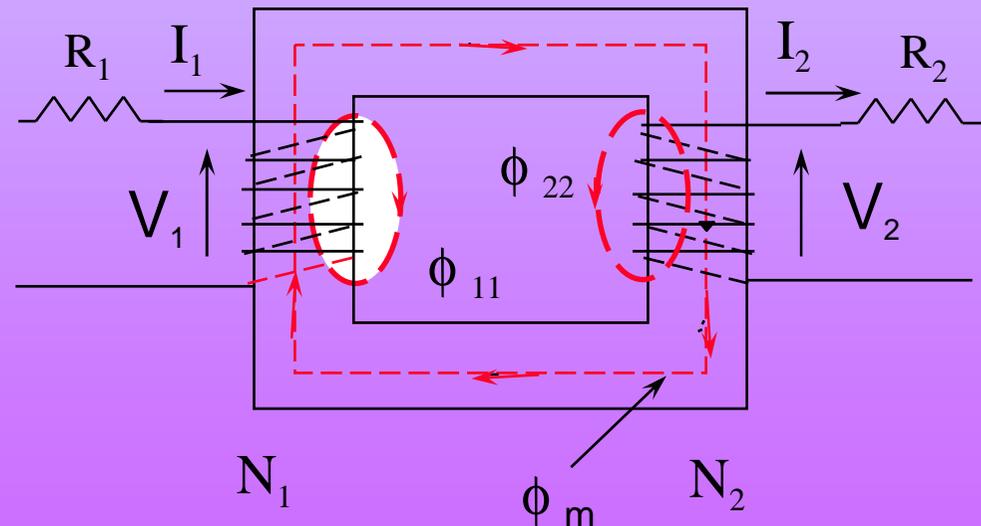
Schéma
équivalent



Transformateur

Transformateur réel

- Le transformateur réel a des résistances d'enroulements R_1 and R_2 placées en série à l'extérieur des bobines.
- Une partie du courant primaire génère un flux qui n'est pas induit dans le secondaire. Le flux de fuite primaire est noté ϕ_{11} .
- Une partie du courant primaire génère un flux qui n'est pas induit dans le secondaire. Le flux de fuite secondaire est noté ϕ_{22} .



Transformateur

Transformateur réel

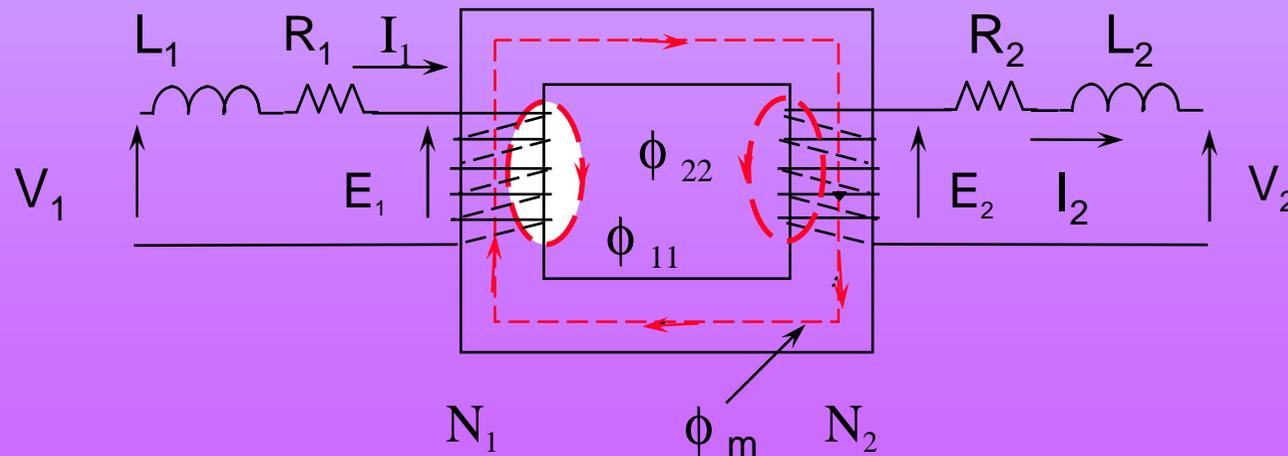
- Le flux associé au primaire est:

$$\phi_1 = \phi_m + \phi_{11} = \phi_m + \frac{I_1 L_1}{N_1}$$

- Le flux associé au secondaire est :

$$\phi_2 = \phi_m + \phi_{22} = \phi_m + \frac{I_2 L_2}{N_2}$$

Φ_{11} et Φ_{22} peuvent être remplacés par les inductances équivalentes L_1 et L_2

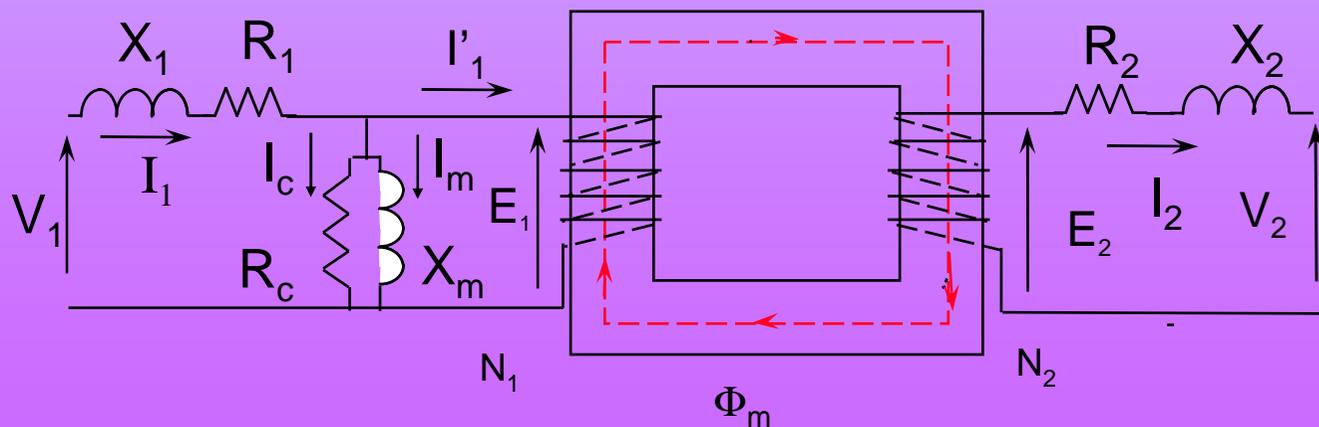


Transformateur 1PH

Transformateur

Transformateur réel

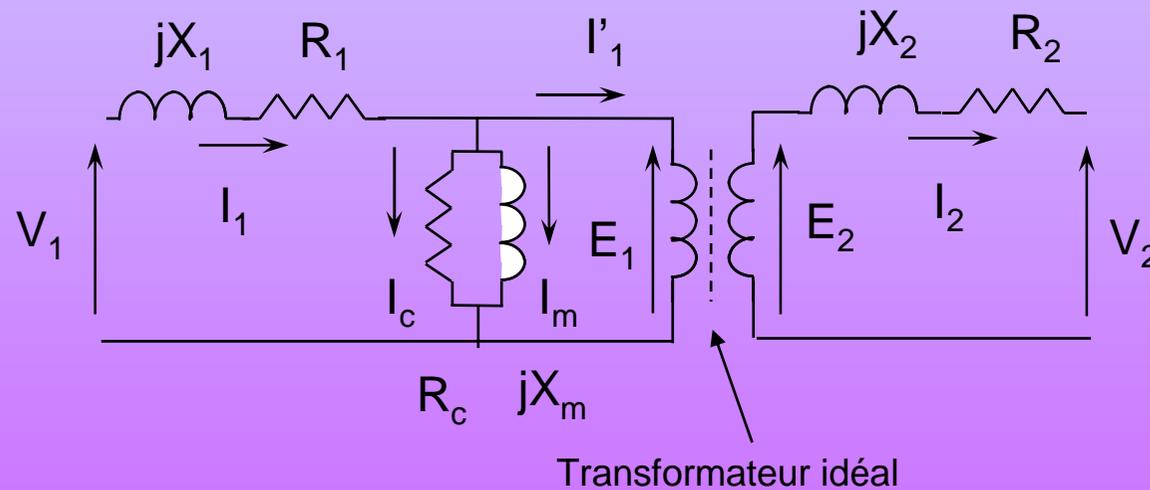
- Dans un transformateur réel la perméabilité du noyau n'est pas infinie et le courant magnétisant n'est pas négligeable. Le noyau est représenté par une réactance magnétisante X_m
- L'hystérésis et les courants de FOUCAULT causent des pertes fer. Ces pertes sont représentées par une résistance R_c connectée en parallèle avec X_m



Transformateur 1PH

Transformateur

Schéma équivalent



Transformateur

Simplification du schéma équivalent

- Les équations pour un transformateur idéal sont:

$$E_1 = a E_2 \qquad I_1 = I_2 / a$$

- Le rapport des deux équations donne:

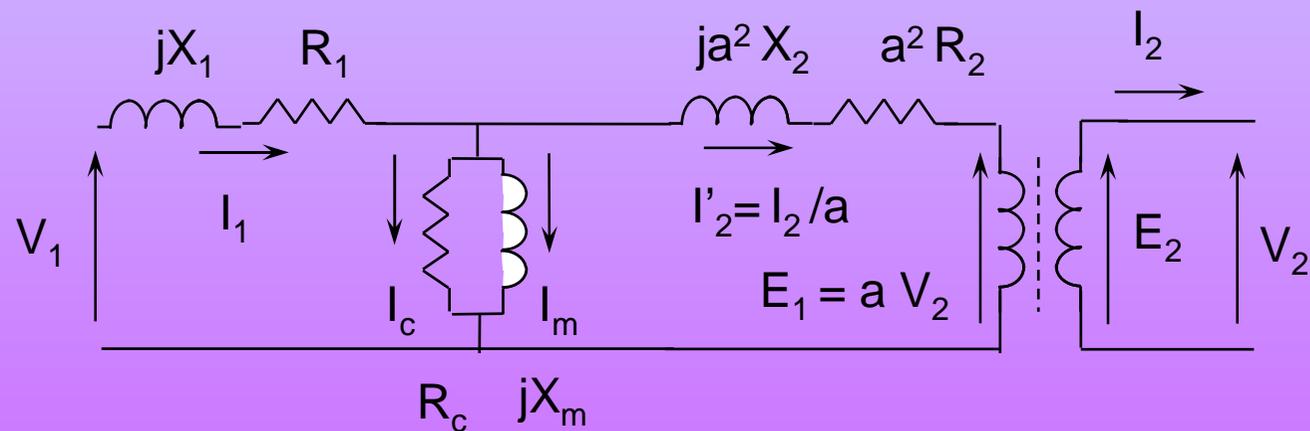
$$\frac{E_1}{I_1} = a^2 \frac{E_2}{I_2} \qquad Z_1 = a^2 Z_2$$

- Une impédance peut être transférée d'un enroulement à l'autre en multipliant ou en divisant par le carré du rapport de transformation.

Transformateur

Simplification du schéma équivalent

Le transfert des impédances du secondaire vers le primaire donne:

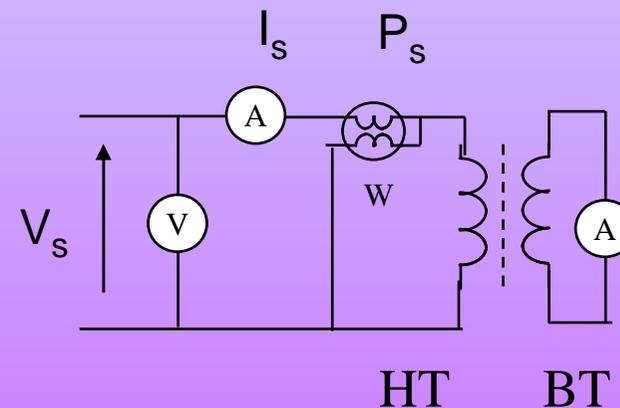


Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

- L'impédance série d'un transformateur est mesurée à partir d'un essai en court-circuit.
- Le secondaire (BT) est court-circuité et le primaire (HT) est alimenté par une tension réduite qui donne le courant nominal au primaire.
- La tension, les courants et la puissance d'entrée sont mesurés.

Essai en court-circuit



Transformateur

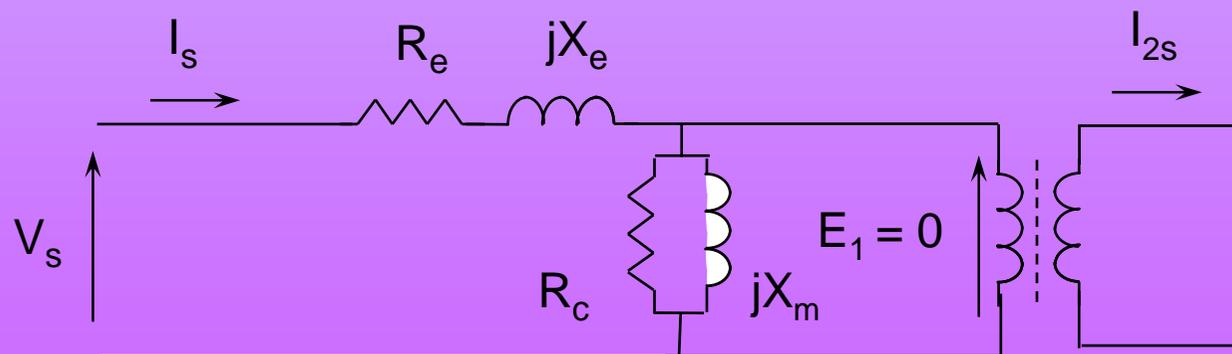
Paramètres du schéma équivalent

- L'essai en court-circuit donne le courant I_s , la tension d'alimentation V_s et la puissance d'entrée P_s .
- Le schéma équivalent montre que l'impédance série peut être calculée grâce à ces mesures.

- L'impédance série se calcule par:

$$Z_e = V_s / I_s \quad \text{mais} \quad R_e = P_s / I_s^2$$

$$X_e = \sqrt{Z_e^2 - R_e^2}$$

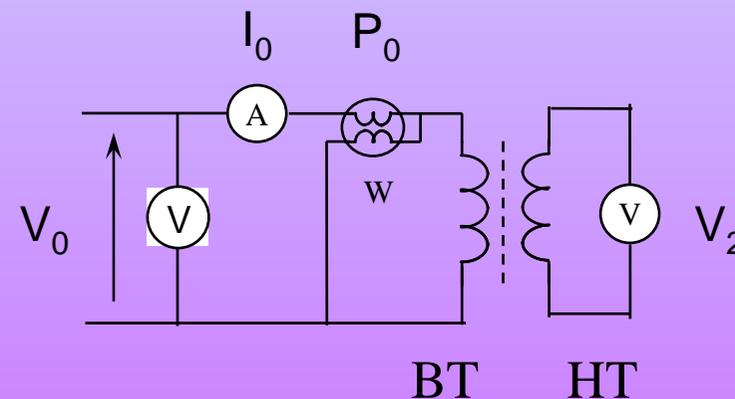


Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

- L'impédance magnétisante d'un transformateur se calcule à partir de l'essai à vide.
- Le secondaire (HT) est ouvert et le primaire (BT) est alimenté par sa tension nominale qui donne le courant magnétisant dans le bobinage.
- Les tensions, le courant et la puissance d'entrée sont mesurés.

Essai à vide



Transformateur

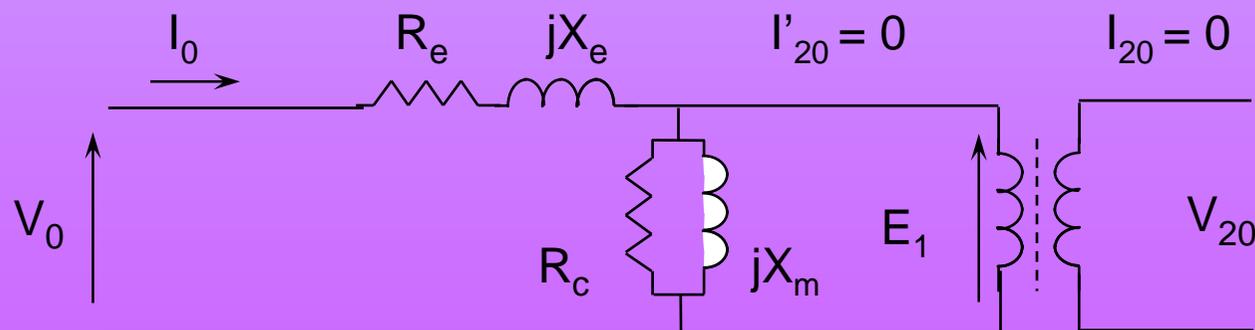
Paramètres du schéma équivalent

- L'essai à vide donne le courant magnétisant I_0 , la tension d'alimentation V_0 et les pertes fer P_c .
- Le schéma équivalent montre que l'impédance magnétisante peut être calculée grâce à ces mesures.

- Si on néglige l'impédance série, l'impédance magnétisante est:

$$R_c = V_0^2 / P_c \quad S_0 = V_0 I_0$$

$$Q_m = \sqrt{S_0^2 - P_c^2} \quad X_m = \frac{V_0^2}{Q_m}$$



Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

Exemple numérique

Un transformateur monophasé 10kVA, 11000 V / 240 V, 50Hz est mis à l'essai. Dans l'essai en court-circuit, le côté HT est court-circuité et les paramètres sont mesurés côté BT. Dans l'essai à vide, le côté BT est ouvert et les paramètres sont mesurés côté HT. Les résultats de ces deux essais sont:

- Essai en court-circuit (HT court-circuité) $V_s = 6.8V$, $I_s = 41.2A$, $P_s = 80W$
- Essai à vide (BT ouvert) $V_o = 11000V$, $I_o = 0.022A$, $P_o = 70W$

- 1) Donner le schéma équivalent simplifié ramené au primaire.
- 2) Calculer les éléments de ce schéma équivalent.

Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

Exemple numérique

Calcul de l'impédance magnétisante

Cette impédance est calculée côté HT

$$R_c = V_0^2 / P_0 = 11000^2 / 70 = 1.73 \text{ M}\Omega$$

$$S_0 = V_0 I_0 = 11000 * 0.022 = 242 \text{ VA}$$

$$Q_0^2 = S_0^2 - P_0^2 = 242^2 - 70^2 = 53664 \quad Q_0 = 231.7 \text{ VAR}$$

$$X_m = V_0^2 / Q_0 = 11000^2 / 231.7 = 522.2 \text{ k}\Omega$$

Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

Exemple numérique

- Calcul de l'impédance série

Cette impédance est calculée côté BT

$$R_e = P_s / I_s^2 = 80 / 41.2^2 = 0.047 \Omega$$

$$Z_e = V_s / I_s = 6.8 / 41.2 = 0.165 \Omega$$

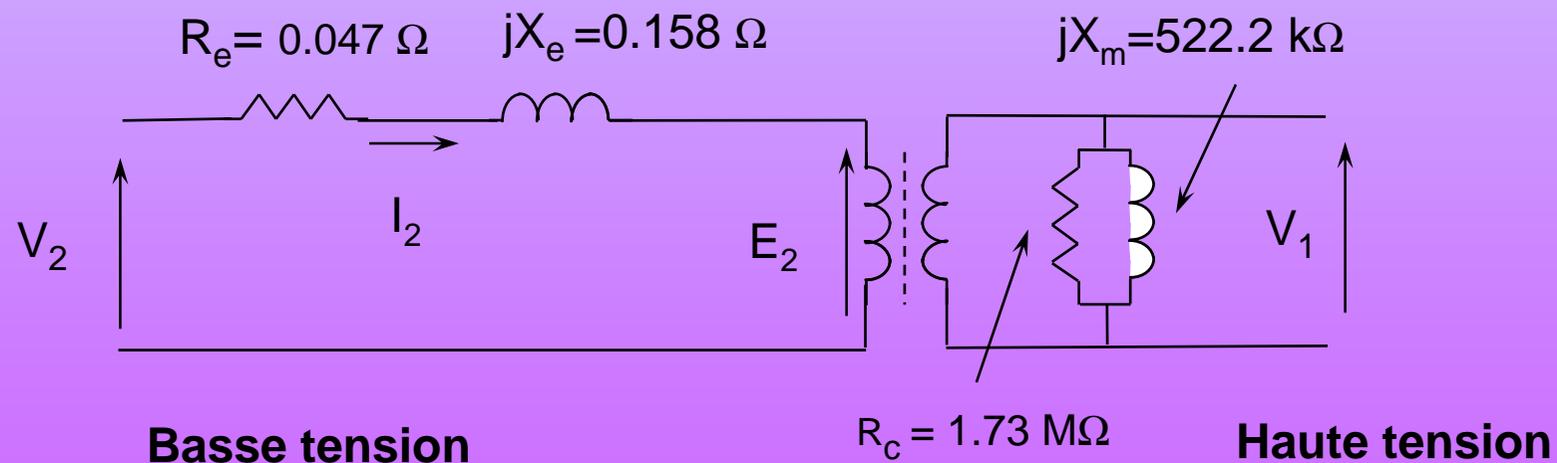
$$X_e^2 = Z_e^2 - R_e^2 = 0.025 \quad X_e = 0.158 \Omega$$

Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

Exemple numérique

- Schéma équivalent mixte



Transformateur

Paramètres du schéma équivalent

Exemple numérique

Schéma équivalent ramené au primaire

L'impédance série est transférée au primaire en multipliant par le carré du rapport de transformation $a = 45.83$

